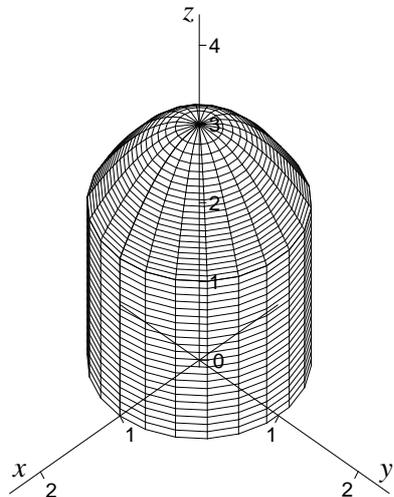


Aufgabe 20.17

Berechnen Sie das Volumen des Körpers, der von der Einheitskreisfläche der kartesischen x - y -Ebene, dem Kreiszyylinder $x^2 + y^2 = 1$ und vom Paraboloid $z = 3 - x^2 - y^2$ begrenzt wird!

Lösung:



Polarkoordinaten $r^2 = x^2 + y^2$, $dx dy = r dr d\varphi$

$$\begin{aligned} V &= \int_0^{2\pi} \int_0^1 (3 - r^2) r dr d\varphi = \int_0^{2\pi} \int_0^1 (3r - r^3) dr d\varphi \\ &= \int_0^{2\pi} \left[\frac{3}{2} r^2 - \frac{r^4}{4} \right]_0^1 d\varphi = 2\pi \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{4} \right) = 2\pi \frac{5}{4} = \underline{\underline{\frac{5\pi}{2}}} \end{aligned}$$