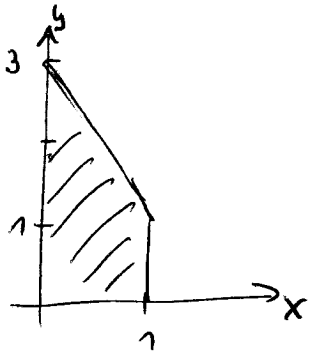
Aufgabe 20.2

a) Skizzieren Sie den Bereich $B=\{(x,y):\ 0\le x\le 1,\ 0\le y\le 3-2x\}$!

b) Berechnen Sie $\iint\limits_B x^2y\,\mathrm{d}b$!

Lösung:

a)



b) $$\iint\limits_B x^2y\,\mathrm{d}b=\int\limits_{x=0}^{x=1}\int\limits_{y=0}^{y=3-2x}x^2y\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}x=\int\limits_0^1 x^2\int\limits_0^{3-2x}y\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}x=\int\limits_0^1 x^2\left[\frac{y^2}{2}\right]_0^{3-2x}\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int\limits_0^1 x^2(3-2x)^2\,\mathrm{d}x$$

$$=\frac{1}{2}\int\limits_0^1(9x^2-12x^3+4x^4)\,\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\left(3x^3-3x^4+\frac{4x^5}{5}\right)\Bigg|_0^1=\frac{1}{2}\left(3-3+\frac{4}{5}\right)=\underline{\underline{\frac{2}{5}}}$$