

Aufgabe 19.26

Sei $f(x, y, z) = 1 - 2x^2 - 3y^2$. Berechnen Sie $\text{grad } f$, $\text{div grad } f$ und $\text{rot grad } f$!

Lösung:

$$\text{grad } f = \begin{pmatrix} \partial f / \partial x \\ \partial f / \partial y \\ \partial f / \partial z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4x \\ -6y \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{div grad } f = \frac{\partial(-4x)}{\partial x} + \frac{\partial(-6y)}{\partial y} + \frac{\partial 0}{\partial z} = -4 - 6 + 0 = -10$$

$\text{rot grad } f = \vec{0}$, da $\text{grad } f$ ein Potenzialfeld ist und Potenzialfelder wirbelfrei sind.

oder

$$\text{rot grad } f = \nabla \times \text{grad } f = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \partial/\partial x & \partial/\partial y & \partial/\partial z \\ -4x & -6y & 0 \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$