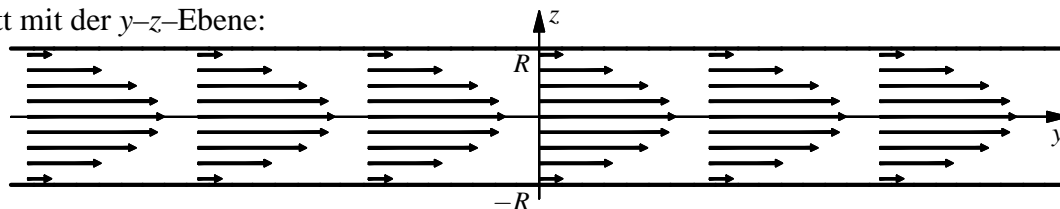


Aufgabe 19.22

In einem Rohr, dessen Achse die y -Achse und dessen Durchmesser $2R$ ist, ströme eine Flüssigkeit nach $\vec{v} = (R^2 - x^2 - z^2) \vec{j}$. Veranschaulichen Sie die Strömung durch Pfeile und zeigen Sie, dass sie quellen-, aber nicht wirbelfrei ist!

Lösung:

Schnitt mit der y - z -Ebene:



Das gleiche Bild entsteht beim Schnitt mit jeder Ebene, die die y -Achse enthält.

$$\vec{v}(\vec{x}) = \begin{pmatrix} 0 \\ R^2 - x^2 - z^2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\operatorname{div} \vec{v} = \nabla \cdot \vec{v} = \frac{\partial 0}{\partial x} + \frac{\partial (R^2 - x^2 - z^2)}{\partial y} + \frac{\partial 0}{\partial z} = 0, \text{ also ist die Strömung quellenfrei.}$$

$$\operatorname{rot} \vec{v} = \nabla \times \vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \partial/\partial x & \partial/\partial y & \partial/\partial z \\ 0 & R^2 - x^2 - z^2 & 0 \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} 2z \\ 0 \\ -2x \end{pmatrix}, \text{ also ist die Strömung nicht wirbelfrei.}$$