

### Aufgabe 19.18

Untersuchen Sie das Vektorfeld  $\vec{u}(\vec{x}) = \begin{pmatrix} x^2yz \\ xy^2z \\ -2xyz^2 \end{pmatrix}$  auf Quellen- und Wirbelfreiheit!

#### Lösung:

$$\operatorname{div} \vec{u} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 2xyz + 2xyz - 4xyz \equiv 0 \implies \text{quellenfrei}$$

$$\operatorname{rot} \vec{u} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \partial/\partial x & \partial/\partial y & \partial/\partial z \\ x^2yz & xy^2z & -2xyz^2 \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} -2xz^2 - xy^2 \\ -(-2yz^2 - x^2y) \\ y^2z - x^2z \end{pmatrix} \neq \vec{0} \implies \text{nicht wirbelfrei}$$