

Aufgabe 18.135

Bei den Aufgaben 18.135, 11.62, 14.19 und 12.174 soll die Funktion $f(t) = 2 \sin \frac{\pi}{6}t$ auf verschiedene Weise approximiert bzw. interpoliert werden.

Es seien nur die Funktionswerte von $f(t)$ an den Stellen $t = -3, t = -1, t = 1$ und $t = 3$ bekannt. Approximieren Sie die Funktion aus diesen Werten mit der Methode der kleinsten Quadrate mit einem quadratischen Ansatz! Kommentieren Sie das Ergebnis! Welchen Wert hat das Approximationspolynom an der Stelle $t = 3$?

Lösung:

t_i	y_i	t_i^2	t_i^3	t_i^4	$t_i y_i$	$t_i^2 y_i$
-3	-2	9	-27	81	6	-18
-1	-1	1	-1	1	1	-1
1	1	1	1	1	1	1
3	2	9	27	81	6	18
0	0	20	0	164	14	0

$$\begin{array}{rcl}
 164a & +20c & = 0 \quad | + \\
 20b & & = 14 \quad \rightarrow b = 7/10 \\
 20a & + 4c & = 0 \quad | \cdot 5 \\
 100a & +20c & = 0 \quad | - \\
 64a & & = 0 \quad \rightarrow a = 0, c = 0
 \end{array}$$

$$\underline{\underline{P_2(t) = \frac{7}{10}t}}, \quad \underline{\underline{P_2(3) = 2.1}} \quad \text{gegenüber } f(3) = 2$$

Das gesuchte quadratische Polynom ist eine Gerade und hätte sich auch bei linearem Ansatz ergeben. Dies liegt daran, dass die verwendeten Punkte bezüglich des Koordinatenursprungs symmetrisch sind.