

### Aufgabe 18.133

Um den Zusammenhang zwischen der Geschwindigkeit  $v$  eines Fahrzeuges in km/h und seinem Bremsweg  $s$  in m zu ermitteln, wurden Messungen bei  $v = 10, 20, 30$  und  $40$  km/h vorgenommen, deren Ergebnisse in folgender Tabelle angegeben sind:

$v$			10		20		30		40
$s$			3		9		15		25

Der Zusammenhang soll mit der Methode der kleinsten Quadrate durch einen quadratischen Ansatz  $s \approx f(v) = av^2 + bv + c$  approximiert werden. Dabei soll auch der offensichtlich bekannte Bremsweg für  $v = 0$  einbezogen werden. Zur Erleichterung der Rechnung kann die Substitution  $w = \frac{v}{10} - 2$  verwendet werden. Ermitteln Sie die Funktion  $f(v)$  !

#### Lösung:

$v_i$	$w_i$	$s_i$	$w_i^2$	$w_i^3$	$w_i^4$	$w_i s_i$	$w_i^2 s_i$
0	-2	0	4	-8	16	0	0
10	-1	3	1	-1	1	-3	3
20	0	9	0	0	0	0	0
30	1	15	1	1	1	15	15
40	2	25	4	8	16	50	100
$\Sigma$	0	52	10	0	34	62	118

Für die Koeffizienten des Polynoms in  $w$  ergibt sich damit das Gaußsche Normalgleichungssystem

$$\begin{array}{rcl}
 34\tilde{a} & +10\tilde{c} & = 118 & | + \\
 10\tilde{b} & & = 62 & \implies \tilde{b} = \frac{31}{5} \\
 10\tilde{a} & + 5\tilde{c} & = 52 & | \cdot 2 \\
 20\tilde{a} & +10\tilde{c} & = 104 & | - \\
 14\tilde{a} & & = 14 & \implies \tilde{a} = 1, \tilde{c} = \frac{52-10}{5} = \frac{42}{5}
 \end{array}$$

$$w^2 + \frac{31}{5}w + \frac{42}{5} = \left(\frac{v}{10} - 2\right)^2 + \frac{31}{5}\left(\frac{v}{10} - 2\right) + \frac{42}{5} = \frac{v^2}{100} - \frac{2}{5}v + 4 + \frac{31}{50}v - \frac{62}{5} + \frac{42}{5} = \frac{v^2}{100} + \frac{31-20}{50}v$$

$$\underline{\underline{f(v) = \frac{v^2}{100} + \frac{11}{50}v}}$$