

Aufgabe 18.132

Für die Größe y liegen in Abhängigkeit von x folgende Werte vor:

x_i	-2	-1	0	1	2
y_i	-8	-1	0	2	8

- Approximieren Sie mit der Methode der kleinsten Quadrate den Zusammenhang zwischen den Größen x und y durch eine Gerade!
- Approximieren Sie mit der Methode der kleinsten Quadrate den Zusammenhang zwischen den Größen x und y durch eine Parabel!
- Ermitteln Sie mit beiden Approximationen Schätzwerte für y bei $x = 1.5$ und $x = 2.5$!

Lösung:

	x_i	y_i	x_i^2	x_i^3	x_i^4	$x_i y_i$	$x_i^2 y_i$
	-2	-8	4	-8	16	16	-32
	-1	-1	1	-1	1	1	-1
	0	0	0	0	0	0	0
	1	2	1	1	1	2	2
	2	8	4	8	16	16	32
Σ	0	1	10	0	34	35	1

- a) Approximation durch $y(x) = mx + n$

$$\begin{aligned} \text{Normalgleichungssystem } \Sigma x_i^2 m + \Sigma x_i n &= \Sigma x_i y_i \\ \Sigma x_i m + kn &= \Sigma y_i \quad (k=5) \end{aligned}$$

$$10m = 35, \quad 5n = 1, \quad m = \frac{7}{2}, \quad n = \frac{1}{5}, \quad \underline{\underline{y(x) = \frac{7}{2}x + \frac{1}{5}}}$$

- b) Approximation durch $y(x) = ax^2 + bx + c$

$$\begin{aligned} \text{Normalgleichungssystem } \Sigma x_i^4 a + \Sigma x_i^3 b + \Sigma x_i^2 c &= \Sigma x_i^2 y_i \\ \Sigma x_i^3 a + \Sigma x_i^2 b + \Sigma x_i c &= \Sigma x_i y_i \\ \Sigma x_i^2 a + \Sigma x_i b + kc &= \Sigma y_i \quad (k=5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 34a + 10c &= 1 \\ 10b &= 35 \quad b = \frac{7}{2} \end{aligned}$$

$$10a + 5c = 1 \quad 20a + 10c = 2, \quad 14a = -1, \quad a = -\frac{1}{14}, \quad c = \frac{12}{35}$$

$$\underline{\underline{y(x) = -\frac{1}{14}x^2 + \frac{7}{2}x + \frac{12}{35}}}$$

c)

x_i	y_i	$mx_i + n$	$ax_i^2 + bx_i + c$
-2	-8	-6.80	-6.94
-1	-1	-3.30	-3.23
0	0	0.20	0.34
1	2	3.70	3.77
1.5		<u>5.45</u>	<u>5.43</u>
2	8	7.20	7.06
2.5		<u>8.95</u>	<u>8.65</u>