Aufgabe 18.96

Ein Produkt wird mit 2 verschiedenen Etikettierungen verkauft als Markenprodukt zum Preis von p_1 € und als Nonameprodukt zum Preis von p_2 €, der Herstellungsaufwand beträgt in beiden Fällen 1 € pro Stück. Die von beiden Preisen abhängige Nachfrage betrage in 10 000 Stück $N_1 = 33 - 6p_1 + p_2$ nach dem Markenprodukt und $N_2 = 3p_1 - 3p_2$ nach dem Nonameprodukt.

a) Geben Sie den insgesamt zu erzielenden Gewinn als Funktion von p_1 und p_2 an!
b) Wie sind die Preise p_1 und p_2 zu wählen, damit maximaler Gewinn erzielt wird?

Lösung:

a) $G(p_1,p_2) = (33-6p_1+p_2)(p_1-1) + (3p_1-3p_2)(p_2-1)$ (in 10 000 €)

b) $$\nabla G = \begin{pmatrix} -6(p_1-1)+33-6p_1+p_2+3(p_2-1) \\ p_1-1-3(p_2-1)+3p_1-3p_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6p_1+6+33-6p_1+p_2+3p_2-3 \\ p_1-1-3p_2+3+3p_1-3p_2 \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} 36-12p_1+4p_2 \\ 2+\ 4p_1-6p_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{llll} 36 & -12p_1 + & 4p_2 = 0 & \mid + \\ 2 + & 4p_1 - & 6p_2 = 0 & \mid \cdot 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{llll} 6 & +12p_1 & -18p_2 = 0 & \mid + \\ 42 & & -14p_2 = 0, & \end{array} \qquad p_2 = 3, \quad 4p_1 = 6p_2 - 2 = 16, \quad p_1 = 4$$

Also ist $(p_1,p_2) = (4,3)$ der einzige stationäre Punkt.

$\boldsymbol{H}_G = \begin{pmatrix} -12 & 4 \\ 4 & -6 \end{pmatrix}$, $\det \boldsymbol{H}_G = 72 - 16 > 0 \implies$ Extremum, $G_{p_1p_1} = -12 < 0 \implies$ Maximum

Folglich wird der maximale Gewinn erzielt, wenn das Markenprodukt für 4 € und dasselbe Erzeugnis als Nonameprodukt für 3 € verkauft wird.