## Aufgabe 18.63

Untersuchen Sie die Funktion $f(x,y) = x^2(2-y)+y^2$ auf Extremwerte!

**Lösung:**

$$\nabla f = \begin{pmatrix} 2x(2-y) \\ -x^2+2y \end{pmatrix} = \vec{0} \qquad \begin{array}{rcl} 2x(2-y)=0 & \Longrightarrow & x=0 \vee y=2 \\ -x^2+2y=0 & \Longrightarrow & x^2=2y \end{array}$$

Aus $x=0$ folgt $y=0$, während aus $y=2$ folgt, dass $x^2=4$ und damit $x=\pm 2$ gilt. Stationäre Punkte sind also $(0,0)$, $(2,2)$ und $(-2,2)$.

$$\boldsymbol{H}_f = \begin{pmatrix} 2(2-y) & -2x \\ -2x & 2 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{H}_f(0,0) = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, \ \det \boldsymbol{H}_f = 8 > 0 \ \Rightarrow \ \text{Extremum}, \ f_{xx} = 4 > 0 \ \Rightarrow \ \text{Minimum bei } f(0,0) = 0$$

$$\boldsymbol{H}_f(2,2) = \begin{pmatrix} 0 & -4 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}, \ \det \boldsymbol{H}_f = -16 < 0 \ \Rightarrow \ \text{kein Extremum, Sattelpunkt bei } f(2,2) = 4$$

$$\boldsymbol{H}_f(-2,2) = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}, \ \det \boldsymbol{H}_f = -16 < 0 \ \Rightarrow \ \text{kein Extremum, Sattelpunkt bei } f(-2,2) = 4$$