

Aufgabe 18.57

Untersuchen Sie die Funktion $f(x,y) = 2x^2 + y^2 + xy + x - 5y$ auf Extremwerte!

Lösung:

$$\begin{aligned} \nabla f = \begin{pmatrix} 4x+y+1 \\ x+2y-5 \end{pmatrix} = \vec{0} & \quad \begin{array}{l} 4x+y+1=0 \quad | \cdot 2 \\ x+2y-5=0 \quad | - \end{array} \\ & \quad \begin{array}{l} 8x+2y+2=0 \quad | + \\ 7x+7=0, \quad x=-1, \quad y=-4x-1=3 \end{array} \end{aligned}$$

Somit ist $(-1, 3)$ der einzige stationäre Punkt.

$$\mathbf{H}_f = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad \det \mathbf{H}_f = 7 > 0 \Rightarrow \text{Extremum}, \quad f_{xx} = 4 > 0 \Rightarrow \text{Minimum bei } f(-1, 3) = -8$$