

Aufgabe 18.43

Entwickeln Sie $z = \frac{\cos x}{\cos y}$ an der Stelle $(x, y) = (0, 0)$ nach der Taylorformel bis zu den quadratischen Gliedern und geben Sie die Gleichung der Tangentialebene an!

Lösung:

$$\nabla z(x, y) = \begin{pmatrix} -\frac{\sin x}{\cos y} \\ \frac{\cos x \sin y}{\cos^2 y} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{H}_z(x, y) = \begin{pmatrix} -\frac{\cos x}{\cos y} & -\frac{\sin x \sin y}{\cos^2 y} \\ -\frac{\sin x \sin y}{\cos^2 y} & \frac{\cos x(1 + \sin^2 y)}{\cos^3 y} \end{pmatrix}$$

$$\nabla z(0, 0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{H}_z(0, 0) = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$z(x, y) = z(0, 0) + (x \ y) \nabla z(0, 0) + \frac{1}{2}(x \ y) \mathbf{H}_z(0, 0) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \dots = 1 + \frac{1}{2}(-x^2 + y^2) + \dots$$

Tangentialebene: $z = 1$