

Aufgabe 18.42

Bestimmen Sie die Gleichung der Tangentialebene an die Fläche $z = \sqrt{xy}$ im Punkt $(x, y, z) = (3, 12, 6)$!

Lösung:

$$\nabla f(x, y) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \sqrt{y/x} \\ \sqrt{x/y} \end{pmatrix}, \quad \nabla f(3, 12) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2 \\ 1/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1/4 \end{pmatrix}$$

Damit ergibt sich als Tangentialebene

$$z = f(3, 12) + (x-3 - y-12) \nabla f(3, 12) = 6 + (x-3) + \frac{1}{4}(y-12), \quad \text{d.h. } 4x + y - 4z = 0.$$