

### Aufgabe 18.33

Berechnen Sie die Richtungsableitung von  $U(x,y,z) = \sqrt{(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2}$  im Punkt  $(x,y,z) = (4,6,15)$  in Richtung  $\vec{l} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$  !

**Lösung:**

$$\nabla U = \begin{pmatrix} \partial U / \partial x \\ \partial U / \partial y \\ \partial U / \partial z \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2}} \begin{pmatrix} x-1 \\ y-2 \\ z-3 \end{pmatrix}$$

$$\nabla U(4,6,15) = \frac{1}{\sqrt{3^2 + 4^2 + 12^2}} \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 12 \end{pmatrix} = \frac{1}{13} \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 12 \end{pmatrix}$$

$$\frac{\partial U}{\partial \vec{l}} = \frac{1}{\|\vec{l}\|} \nabla U \cdot \vec{l} = \frac{1}{\left\| \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} \right\|} \frac{1}{13} \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 12 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} = \frac{6-4+24}{3 \cdot 13} = \frac{26}{3 \cdot 13} = \underline{\underline{\frac{2}{3}}}$$