

Aufgabe 18.32

Berechnen Sie die Ableitung der Funktion $f(x,y) = \frac{8}{x^2+y^2}$ im Punkt $(x,y) = (\sqrt{3}, 1)$ in die Richtung, die mit der positiven x -Achse einen Winkel von $5\pi/3$ bildet!

Lösung:

$$\nabla f(x,y) = -\frac{16}{(x^2+y^2)^2} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \quad \nabla f(\sqrt{3}, 1) = -\frac{16}{(3+1)^2} \begin{pmatrix} \sqrt{3} \\ 1 \end{pmatrix} = -\begin{pmatrix} \sqrt{3} \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{normierter Richtungsvektor: } \vec{l}_n = \begin{pmatrix} \cos \frac{5\pi}{3} \\ \sin \frac{5\pi}{3} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ -\sqrt{3} \end{pmatrix}$$

$$\text{Richtungsableitung: } \frac{\partial f}{\partial \vec{l}}(\sqrt{3}, 1) = \nabla f(\sqrt{3}, 1) \cdot \vec{l}_n = -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} \sqrt{3} \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -\sqrt{3} \end{pmatrix} = 0$$