

### Aufgabe 18.16

Bestimmen Sie Gradient und Hessematrix der Funktion  $f(x, y, z) = x^3y^2z + z$  allgemein und im Punkt  $(-1, 1, 2)$  !

**Lösung:**

$$\nabla f(x, y, z) = \begin{pmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3x^2y^2z \\ 2x^3yz \\ x^3y^2 + 1 \end{pmatrix}, \quad \nabla f(-1, 1, 2) = \begin{pmatrix} 6 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{H}_f(x, y, z) = \begin{pmatrix} f_{xx} & f_{xy} & f_{xz} \\ f_{yx} & f_{yy} & f_{yz} \\ f_{zx} & f_{zy} & f_{zz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6xy^2z & 6x^2yz & 3x^2y^2 \\ 6x^2yz & 2x^3z & 2x^3y \\ 3x^2y^2 & 2x^3y & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{H}_f(-1, 1, 2) = \begin{pmatrix} -12 & 12 & 3 \\ 12 & -4 & -2 \\ 3 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$