

Aufgabe 18.9

Ein Produkt wird in unterschiedlichen Qualitäten von 2 Firmen produziert. Firma 1 muss für die Herstellung von einem Stück 6 €, Firma 2 muss 3 € aufwenden. Die von den Preisen p_1 für ein Stück der Firma 1 und p_2 für ein Stück der Firma 2 abhängige Nachfrage betrage in 10000 Stück $N_1(p_1, p_2) = 39 - 3p_1 + 3p_2$ für das Produkt der Firma 1 und $N_2(p_1, p_2) = 15 + 4p_1 - 9p_2$ für das Produkt der Firma 2. Berechnen Sie die Preise und die Nachfrage nach den Produkten der beiden Firmen, die sich bei Marktgleichgewicht einstellen! Welche Gewinne werden dabei erzielt?

Lösung:

Gewinn = Umsatz – Kosten = Nachfrage * (Preis – Aufwand) (in 10000 €):

$$G_1(p_1, p_2) = (39 - 3p_1 + 3p_2)(p_1 - 6)$$

$$G_2(p_1, p_2) = (15 + 4p_1 - 9p_2)(p_2 - 3)$$

Der Hersteller 1 möchte nun seinen Preis so festlegen, dass er einen möglichst hohen Gewinn erzielt. Der Preis p_2 des Konkurrenten ist vom Hersteller 1 nicht direkt beeinflussbar, muss also von ihm (vorübergehend) als fest angesehen werden. Also muss G_1 nach p_1 partiell differenziert werden, wobei p_2 als Konstante behandelt wird:

$$\frac{\partial G_1}{\partial p_1} = -3(p_1 - 6) + 39 - 3p_1 + 3p_2 = -6p_1 + 3p_2 + 57 = 0.$$

Damit kann p_1 als Funktion von p_2 bestimmt werden. Es gilt $\frac{\partial^2 G_1}{\partial p_1^2} = -6 < 0$, also wird auf diese Weise der Preis p_1 ermittelt, der der Firma 1 bei festliegendem Preis p_2 maximalen Gewinn bringt.

Analog geht die Firma 2 vor, wobei für sie der Preis p_1 (vorübergehend) als fest angesehen werden muss:

$$\frac{\partial G_2}{\partial p_2} = -9(p_2 - 3) + 15 + 4p_1 - 9p_2 = 4p_1 - 18p_2 + 42 = 0.$$

Damit kann p_2 als Funktion von p_1 bestimmt werden. Es gilt $\frac{\partial^2 G_2}{\partial p_2^2} = -18 < 0$, also wird auf diese Weise der Preis p_2 ermittelt, der der Firma 2 bei festliegendem Preis p_1 maximalen Gewinn bringt.

Der Markt befindet sich im Gleichgewicht, wenn beide Gleichungen gleichzeitig erfüllt sind:

$$\begin{array}{rcl} -6p_1 + 3p_2 + 57 = 0 & | \cdot 6 & \\ 4p_1 - 18p_2 + 42 = 0 & | + & \\ -36p_1 + 18p_2 + 342 = 0 & | + & \\ -32p_1 + 384 = 0 & \implies & p_1 = 12, \quad 3p_2 = 6p_1 - 57 = 15, \quad p_2 = 5 \end{array}$$

$$N_1(12, 5) = 18, \quad G_1(12, 5) = N_1(12, 5)(12 - 6) = 108,$$

$$N_2(12, 5) = 18, \quad G_2(12, 5) = N_2(12, 5)(5 - 3) = 36$$

Das Marktgleichgewicht stellt sich somit ein, wenn das Produkt der Firma 1 zu 12 € und das der Firma 2 zu 5 € angeboten wird, dabei setzen beide Hersteller jeweils 180000 Stück ihrer Erzeugnisse ab. Die Firma 1 erzielt dabei einen Gewinn von 1080000 €, während die Firma 2 einen Gewinn von 360000 € erzielt.