

Aufgabe 17.12

Aus dem kartesischen Koordinatensystem (x, y) der Ebene gehe durch Drehung um 45° in positive Richtung das Koordinatensystem (ξ, η) hervor. Transformieren Sie die Gleichung $xy = 8$ in das neue Koordinatensystem! Skizzieren Sie die Kurve! Um was für eine Kurve handelt es sich?

Lösung:

Koordinatentransformation durch Drehung um den Winkel α , s. Aufgabe 17.5:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \end{pmatrix}$$

$$\text{hier: } \alpha = \frac{\pi}{4}, \quad \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \end{pmatrix},$$

$$x = \frac{\xi - \eta}{\sqrt{2}}, \quad y = \frac{\xi + \eta}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{(\xi - \eta)(\xi + \eta)}{\sqrt{2}\sqrt{2}} = 8, \quad \xi^2 - \eta^2 = 16, \quad \underline{\underline{\frac{\xi^2}{4^2} - \frac{\eta^2}{4^2} = 1}}$$

Hyperbel, reelle Halbachse 4

