

Aufgabe 17.9

Aus dem kartesischen Koordinatensystem (x, y) der Ebene gehe durch Verschiebung des Koordinatenursprungs in den Punkt $(2, 4)$ und Drehung um 45° in positive Richtung das Koordinatensystem (ξ, η) hervor. Beschreiben Sie die Gerade $y = \frac{x}{2} + 3$ in dem neuen Koordinatensystem!

Lösung:

Formel für Koordinatentransformation, s. Aufgaben 17.5 und 17.7:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \end{pmatrix}$$

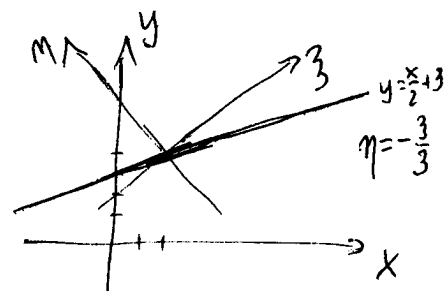
$$\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad \alpha = \frac{\pi}{4}, \quad \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} + \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} x &= 2 + \frac{1}{\sqrt{2}}(\xi - \eta) \\ y &= 4 + \frac{1}{\sqrt{2}}(\xi + \eta) \end{aligned}$$

$$y = \frac{x}{2} + 3: \quad 4 + \frac{1}{\sqrt{2}}(\xi + \eta) = 1 + \frac{1}{2\sqrt{2}}(\xi - \eta) + 3,$$

$$\xi + \eta = \frac{1}{2}(\xi - \eta), \quad 2\xi + 2\eta = \xi - \eta, \quad \xi = -3\eta,$$

$$\underline{\underline{\eta = -\frac{\xi}{3}}}$$



Die Gerade geht durch den Punkt $(x, y) = (2, 4)$, also durch den Koordinatenursprung des transformierten Systems.