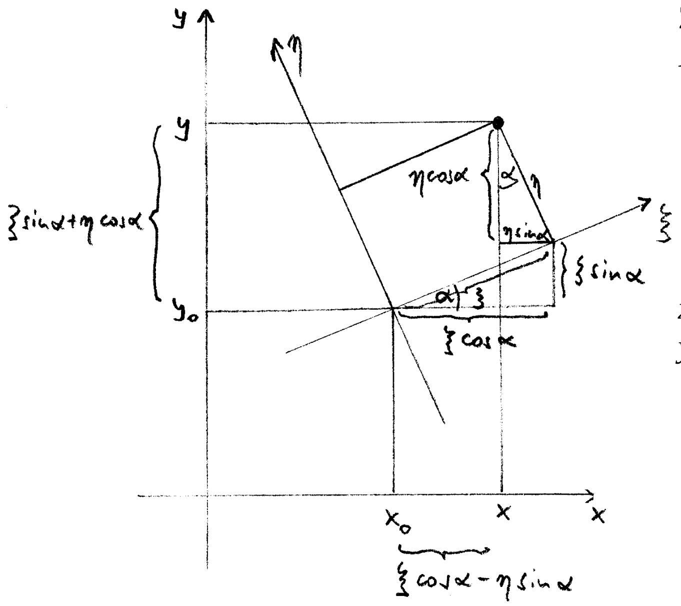
Aufgabe 17.7

Aus dem kartesischen Koordinatensystem (x,y) der Ebene gehe durch Verschiebung des Koordinatenursprungs in den Punkt (x_0,y_0) und Drehung um den Winkel α in positive Richtung das Koordinatensystem (ξ,η) hervor. Geben Sie an, wie sich (x,y) aus (ξ,η) errechnet!

Lösung:

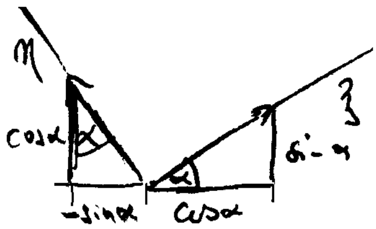


Zur Drehung vgl. Aufgabe 17.5.

$$x = x_0 + \xi\cos\alpha - \eta\sin\alpha$$
$$y = y_0 + \xi\sin\alpha + \eta\cos\alpha$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}}_{\text{Verschiebung}} + \underbrace{\begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}}_{\text{Drehung}} \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \end{pmatrix}$$

alternativ:



Einheitsvektoren des ξ-η-Koordinatensystems:

$$\begin{pmatrix} \cos\alpha \\ \sin\alpha \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -\sin\alpha \\ \cos\alpha \end{pmatrix}$$

$$\Longrightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}}_{\text{Verschiebung}} + \underbrace{\xi \begin{pmatrix} \cos\alpha \\ \sin\alpha \end{pmatrix} + \eta \begin{pmatrix} -\sin\alpha \\ \cos\alpha \end{pmatrix}}_{\text{Drehung}}$$