Aufgabe 17.3

a) Zeigen Sie, dass durch die Gleichung $25x^2+150x+9y^2-36y+36=0$ eine Ellipse beschrieben wird!
b) Geben Sie den Mittelpunkt und die Halbachsen der Ellipse an!
c) Transformieren Sie die Koordinaten so, dass der Mittelpunkt der Ellipse im Ursprung des neuen Koordiantensystems liegt!
d) Stellen Sie die Ellipse wie in Aufgabe 17.2a) dar!

Lösung:

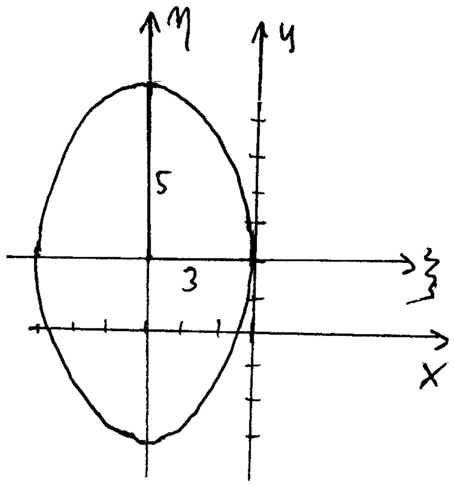
a)
$$\begin{aligned} 25(x^2+6x)+9(y^2-4y)+36&=0\\ 25((x+3)^2-9)+9((y-2)^2-4)+36&=0\\ 25(x+3)^2+9(y-2)^2&=225\\ \frac{(x+3)^2}{9}+\frac{(y-2)^2}{25}&=1 \end{aligned}$$

Ellipse allgemein in Hauptachsenlage (d.h. Hauptachsen parallel zu den Koordinatenachsen): $\dfrac{(x-x_0)^2}{a^2}+\dfrac{(y-y_0)^2}{b^2}=1$

b) (x_0,y_0) Mittelpunkt, a, b Halbachsen

$$\frac{(x+3)^2}{3^2}+\frac{(y-2)^2}{5^2}=1,$$

also Mittelpunkt $(-3,2)$, Halbachsen 3, 5



c) Setzen $\xi=x+3,\ \eta=y-2 \implies x=\xi-3,\ y=\eta+2$

$$\frac{\xi^2}{3^2}+\frac{\eta^2}{5^2}=1$$

d) $\vec{\xi}(t)=\begin{pmatrix}3\cos t\\ 5\sin t\end{pmatrix},\quad \vec{x}(t)=\begin{pmatrix}-3+3\cos t\\ 2+5\sin t\end{pmatrix}$