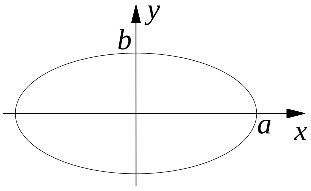
## Aufgabe 17.2

a) Seien $a$ und $b$ positive Zahlen. Zeigen Sie, dass sich die Ellipse $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ in der Form $\left\{\vec{x}(t)=\begin{pmatrix}x(t)\\y(t)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a\cos t\\b\sin t\end{pmatrix},\quad 0\le t<2\pi\right\}$ darstellen lässt!

b) Stellen Sie die Kurven (I) und (II) aus Aufgabe 17.1 in dieser Form dar!

**Lösung:**

a) $$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=\frac{a^2\cos^2 t}{a^2}+\frac{b^2\sin^2 t}{b^2}=\cos^2 t+\sin^2 t=1$$




$-a\le x\le a$
$-b\le y\le b$ „Halbachsen“

Wegen $-1\le\cos t,\sin t\le 1$ werden alle Punkte auf der Ellipse durch die Darstellung erreicht, $t$ ist dabei aus dem gleichen Quadranten wie der Winkel zwischen der positiven $x$-Achse und $\vec{x}(t)$, allerdings – außer auf den Koordinatenachsen – nicht gleich diesem Winkel.

Die Ellipse ist so etwas wie ein deformierter Kreis. Für $a=b$ handelt es sich um einen Kreis, die Halbachsen sind dann der Radius.

b) (I)

Damit die Kurve $\dfrac{(x-7)^2}{5^2}+\dfrac{(y+2)^2}{2^2}=1$ die Form aus a) erhält, ist die Substitution

$\xi=x-7,\ \eta=y+2$ erforderlich. Dann ist $\vec{\xi}(t)=\begin{pmatrix}5\cos t\\2\sin t\end{pmatrix},\ \vec{x}(t)=\begin{pmatrix}7+5\cos t\\-2+2\sin t\end{pmatrix}$.

(II)

Damit die Kurve $\dfrac{(x-7)^2}{6^2}+\dfrac{(y+5)^2}{6^2}=1$ die Form aus a) erhält, ist die Substitution

$\xi=x-7,\ \eta=y+5$ erforderlich. Dann ist $\vec{\xi}(t)=\begin{pmatrix}6\cos t\\6\sin t\end{pmatrix},\ \vec{x}(t)=\begin{pmatrix}7+6\cos t\\-5+6\sin t\end{pmatrix}$.