

Aufgabe 17.1

Gegeben seien die Kurven

(I) $4x^2 + 25y^2 - 56x + 100y + 196 = 0$ und (II) $2x^2 + 2y^2 - 28x + 20y + 76 = 0$.

- a) Um was für Kurven handelt es sich? Bestimmen Sie ggf. ihre Mittelpunkte und Halbachsen!
b) Skizzieren Sie die Kurven!

Lösung:

a) Kurve (I):

$$\begin{aligned} 4x^2 + 25y^2 - 56x + 100y + 196 &= 4(x^2 - 14x) + 25(y^2 + 4y) + 196 = \\ 4((x-7)^2 - 7^2) + 25((y+2)^2 - 2^2) + 196 &= 4(x-7)^2 - 196 + 25(y+2)^2 - 100 + 196 = 0, \\ 4(x-7)^2 + 25(y+2)^2 &= 100, \quad \frac{(x-7)^2}{5^2} + \frac{(y+2)^2}{2^2} = 1 \end{aligned}$$

Die Kurve ist also eine Ellipse mit dem Mittelpunkt $(7, -2)$ und den Halbachsen 5 und 2.

Kurve (II):

$$\begin{aligned} 2x^2 + 2y^2 - 28x + 20y + 76 = 0 \quad | :2 \\ x^2 - 14x + 49 - 49 + y^2 + 10y + 25 - 25 + 38 = (x-7)^2 + (y+5)^2 - 36 = 0, \\ (x-7)^2 + (y+5)^2 = 36 = 6^2 \end{aligned}$$

Diese Kurve ist also ein Kreis mit dem Mittelpunkt $(7, -5)$ und dem Radius 6. (Beide Halbachsen sind gleich und werden als Radius bezeichnet.)

b)

