

Aufgabe 13.102

Welchen Wert haben die Integrale a) $\int_{-1}^4 \frac{dx}{x^4}$ und b) $\int_{-1}^4 \frac{dx}{\sqrt[4]{x^2}}$?

Lösung:

a) Der Integrand $\frac{1}{x^4}$ hat an der Stelle $x = 0$ einen Pol 4. Grades.

$$\int_{-1}^4 \frac{dx}{x^4} = \int_{-1}^0 \frac{dx}{x^4} + \int_0^4 \frac{dx}{x^4} = \lim_{\varepsilon \rightarrow -0} \left[-\frac{1}{3x^3} \right]_{-1}^{\varepsilon} + \lim_{\varepsilon \rightarrow +0} \left[-\frac{1}{3x^3} \right]_{\varepsilon}^4 = \infty - \frac{1}{3} - \frac{1}{192} - (-\infty) = \underline{\underline{\infty}}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \sqrt[4]{x^2} &= \sqrt{\sqrt{x^2}} = \sqrt{|x|}, \quad \int_{-1}^4 \frac{1}{\sqrt[4]{x^2}} dx = \int_{-1}^0 \frac{1}{\sqrt{-x}} dx + \int_0^4 \frac{1}{\sqrt{x}} dx = - \int_{-1}^0 \frac{1}{\sqrt{-x}} d(-x) + \int_0^4 \frac{1}{\sqrt{x}} dx \\ &= [-2\sqrt{-x}]_{-1}^0 + [2\sqrt{x}]_0^4 = -0 - (-2) + 4 - 0 = \underline{\underline{6}} \end{aligned}$$