

### Aufgabe 13.84

Ein Fahrzeug fährt vom Zeitpunkt  $t=0$  bis zum Zeitpunkt  $t=1$  (in h) mit der Geschwindigkeit  $v(t) = 100 + 10 \frac{t^2 - 9}{t^2 + 9}$  (in km/h). Welchen Weg legt es in dieser Zeit zurück?

#### Lösung:

Ist  $s(t)$  der von dem Fahrzeug zurückgelegte Weg, so gilt  $v = \frac{ds}{dt}$ , also ist  $s(t) = \int v(t) dt$ . Ohne eine Ortsangabe zu einem bestimmten Zeitpunkt („Anfangsbedingung“), ist der Ort nur bis auf eine Konstante bestimmt. darauf kommt es aber hier nicht an, da der zwischen zwei Zeitpunkten zurückgelegte Weg gesucht ist. Für den gesuchten Weg gilt dann

$$\begin{aligned} S &= \int_0^1 v(t) dt = \int_0^1 \left( 100 + 10 \frac{t^2 + 9 - 18}{t^2 + 9} \right) dt = \int_0^1 \left( 110 - \frac{180}{t^2 + 9} \right) dt \\ &= \int_0^1 \left( 110 - \frac{1}{9} \frac{180}{\left(\frac{t}{3}\right)^2 + 1} \right) dt = \int_0^1 \left( 110 dt - \frac{20 \cdot 3 d\frac{t}{3}}{\left(\frac{t}{3}\right)^2 + 1} \right) = 110t - 60 \arctan \frac{t}{3} \Big|_0^1 \\ &= 110 - 60 \arctan \frac{1}{3} \approx 90,695, \text{ er beträgt also ca. } 90,695 \text{ km.} \end{aligned}$$