

Aufgabe 13.81

Ein 1 m langer konischer Stab habe einen Durchmesser von $(1+x)$ cm, $0 \leq x \leq 1$ [m]. Berechnen Sie sein Volumen!

Lösung:

Bei konstantem Durchmesser gilt $V = \frac{\pi}{4} d^2 l$. Zerlegt man den Stab in kleine Teile der Länge Δx , so ergibt sich durch Grenzübergang für die Riemannschen Integralsummen als Volumen des Stabes $V = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \sum \frac{\pi}{4} (d(\xi_i))^2 \Delta x = \int_a^b \frac{\pi}{4} (d(x))^2 dx$: Volumen = Querschnitt mal Länge.

Diese Formel findet sich als Formel für das Volumen eines Rotationskörpers üblicherweise in der Form $V = \pi \int_a^b (r(x))^2 dx$ für die Rotation von $r(x)$ um die x -Achse in Formelsammlungen.

$$V = \frac{\pi}{4} \int_0^1 (1+x)^2 dx = \frac{\pi}{12} (1+x)^3 \Big|_0^1 = \frac{2^3 - 1^3}{12} \pi = \frac{7}{12} \pi \text{ [cm}^2\text{m]}$$

Also beträgt das Volumen $\frac{700}{12} \pi \text{ cm}^3 = \frac{175}{3} \pi \text{ cm}^3 \approx 183,26 \text{ cm}^3$.