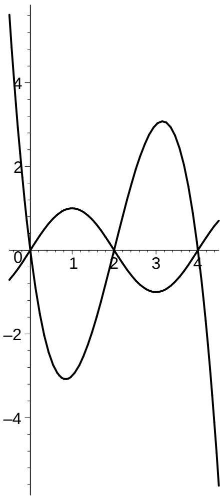
## Aufgabe 13.74

Berechnen Sie den Inhalt der von den Kurven $y=\sin\frac{\pi}{2}x$ und $y=-x^3+6x^2-8x$ begrenzten endlichen Fläche!

## Lösung:

$\sin\frac{\pi}{2}x=0$ gilt, falls $\frac{\pi}{2}x$ ganzzahliges Vielfaches von $\pi$ ist, d.h., falls $x$ eine gerade ganze Zahl ist.




$-x^3+6x^2-8x=-x(x^2-6x+8)=0$ gilt für $x_1=0,\ x_{2/3}=3\pm\sqrt{9-8}=2;\,4$
Somit hat die beschriebene Fläche die skizzierte Form, die Kurven schneiden sich für $x=0$, 2 und 4.

$$\int_0^2 \sin\frac{\pi}{2}x\,\mathrm{d}x-\int_2^4 \sin\frac{\pi}{2}x\,\mathrm{d}x-\int_0^2(-x^3+6x^2-8x)\,\mathrm{d}x+\int_2^4(-x^3+6x^2-8x)\,\mathrm{d}x$$

$$=\left[-\frac{2}{\pi}\cos\frac{\pi}{2}x\right]_0^2+\left[\frac{2}{\pi}\cos\frac{\pi}{2}x\right]_2^4-\left[-\frac{x^4}{4}+2x^3-4x^2\right]_0^2+\left[-\frac{x^4}{4}+2x^3-4x^2\right]_2^4$$

$$=-\frac{2}{\pi}(-1-1)+\frac{2}{\pi}(1+1)-(-4-0)+(0+4)=\frac{8}{\pi}+8\approx\underline{\underline{10.55}}$$