

Aufgabe 13.66

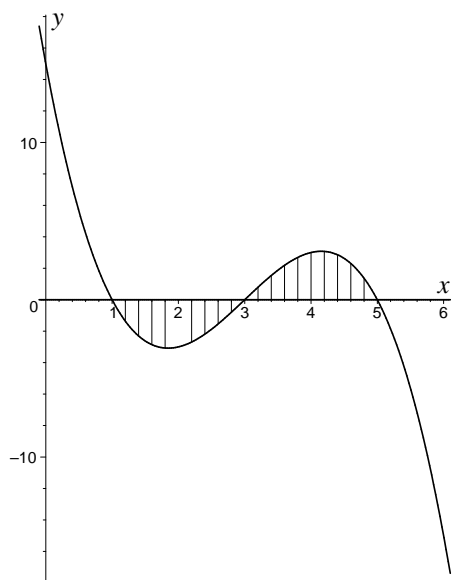
Ermitteln Sie den Inhalt der von $y = -x^3 + 9x^2 - 23x + 15$ und der x -Achse begrenzten Fläche!

(Wenzel, H.; Heinrich, G.: Übungsaufgaben zur Analysis. Teubner. 1. (einbändige) Aufl. 2005 (zuvor 2 Bände), Aufgabe 12.8a, S. 39)

Lösung:

$$x^3 - 9x^2 + 23x - 15 = 0 \text{ für } x_1 = 1, \quad (x^3 - 9x^2 + 23x - 15) : (x - 1) = x^2 - 8x + 15,$$

$$\begin{array}{r} x^3 - x^2 \\ \hline -8x^2 + 23x - 15 \\ -8x^2 + 8x \\ \hline 15x - 15 \\ 15x - 15 \\ \hline 0 \end{array} \quad x_{2/3} = 4 \pm \sqrt{16 - 15} = 3; 5$$



$$-x^3 + 9x^2 - 23x + 15 = -(x - 1)(x - 3)(x - 5)$$

$$\int_1^5 | -x^3 + 9x^2 - 23x + 15 | dx$$

$$= \int_1^3 (x^3 - 9x^2 + 23x - 15) dx - \int_3^5 (x^3 - 9x^2 + 23x - 15) dx$$

$$= \left. \frac{x^4}{4} - 3x^3 + \frac{23}{2}x^2 - 15x \right|_1^3 - \left. \left(\frac{x^4}{4} - 3x^3 + \frac{23}{2}x^2 - 15x \right) \right|_3^5$$

$$= 2F(3) - F(1) - F(5)$$

$$= 2 \cdot (-2,25) - (-6,25) - (-6,25) = \underline{\underline{8}}$$