

### Aufgabe 13.55

Ermitteln Sie das Integral  $\int_0^3 x e^{3x} dx$  durch partielle Integration!

#### Lösung:

Partielle Integration: Integration der Produktregel:  $(uv)' = u'v + uv'$   
 $uv' = (uv)' - u'v$

$$\boxed{\int uv' dx = uv - \int u'v dx}$$

Bei der partiellen Integration wird  $u$  differenziert,  $v'$  integriert. Damit das Integral auf der rechten Seite einfacher wird, müssen  $u$  und  $v'$  so gewählt werden, dass sich  $u$  beim Differenzieren vereinfacht.

$$\int x e^{3x} dx, \quad \begin{array}{ll} u = x & v' = e^{3x} \\ u' = 1 & v = \frac{1}{3} e^{3x} \end{array}$$

$$\int x e^{3x} dx = x \cdot \frac{1}{3} e^{3x} - \int \frac{1}{3} e^{3x} dx = \frac{1}{3} x e^{3x} - \frac{1}{9} e^{3x} + C = \frac{1}{3} e^{3x} \left( x - \frac{1}{3} \right) + C$$

$$\int_0^3 x e^{3x} dx = \frac{1}{3} e^{3x} \left( x - \frac{1}{3} \right) \Big|_0^3 = \frac{1}{3} e^9 \frac{8}{3} - \left( -\frac{1}{9} \right) = \frac{8e^9 + 1}{9}$$