Aufgabe 13.47

Ermitteln Sie das Integral $\int\limits_0^1 \frac{x^2}{1+x^2}\,\mathrm{d}x$!

Lösung:

$$\int\limits_0^1 \frac{x^2}{1+x^2}\,\mathrm{d}x = \int\limits_0^1 \frac{x^2+\mathbf{1}-\mathbf{1}}{1+x^2}\,\mathrm{d}x = \int\limits_0^1 \left(\frac{x^2+1}{1+x^2} - \frac{1}{1+x^2}\right)\mathrm{d}x = \int\limits_0^1 \left(1 - \frac{1}{1+x^2}\right)\mathrm{d}x$$

$$= x - \arctan x\Big|_0^1 = (1-\arctan 1) - (0-\arctan 0) = \underline{\underline{1-\frac{\pi}{4}}}$$