

Aufgabe 13.39

Die Preiselastizität der Nachfrage nach einer Ware betrage $\varepsilon_N(p) = -\frac{3p}{3p+a}$. Ferner sei bekannt, dass bei einem Preis von $p=10$ die Nachfrage 1000 beträgt und die relative Verminderung der Nachfrage halb so groß ist wie die relative Erhöhung des Preises. Ermitteln Sie die Nachfragefunktion!

Hinweis: Man kann $\ln N$ durch Integration von $\frac{N'(p)}{N(p)}$ ermitteln.

Lösung:

$$\varepsilon_N(p) = \frac{N'(p)}{N(p)} p = -\frac{3p}{3p+a}, \quad \frac{N'(p)}{N(p)} = -\frac{3}{3p+a}, \quad \int \frac{N'(p)}{N(p)} dp = \int \frac{\frac{dN}{dp}}{N(p)} dp = \int \frac{dN}{N} = \ln N + C$$
$$\implies \ln N = -\int \frac{3 dp}{3p+a} = -\int \frac{d(3p+a)}{3p+a} = -\ln(3p+a) + C, \quad N(p) = \frac{e^C}{3p+a} = \frac{D}{3p+a}$$

Wegen des Anwendungshintergrunds müssen keine Beträge geschrieben werden. C ist eine beliebige reelle, D damit eine beliebige positive Konstante.

Zur Bestimmung der Konstanten a und D müssen die zusätzlichen Bedingungen berücksichtigt werden:

$$\varepsilon_N(10) = -\frac{30}{30+a} = -\frac{1}{2} \implies a=30, \quad N(10) = \frac{D}{60} = 1000 \implies D=60000, \quad \underline{\underline{N(p) = \frac{20000}{p+10}}}$$