

Aufgabe 13.16

Berechnen Sie $\int e^x \cos x dx$, indem Sie das Integral zunächst durch partielle Integration auf $\int e^x \sin x dx$ und letzteres Integral wieder auf $\int e^x \cos x dx$ zurückführen!

Lösung:

Sowohl e^x als auch $\cos x$ werden durch Differenzieren und Integrieren weder einfacher noch komplizierter. Wir setzen z.B. $u = \cos x$ $v' = e^x$
 $u' = -\sin x$ $v = e^x$

$$\int e^x \cos x dx = e^x \cos x + \int \frac{e^x \sin x dx}{v' u} = e^x \cos x + e^x \sin x - \int e^x \cos x dx$$

$$\implies 2 \int e^x \cos x dx = e^x (\cos x + \sin x) + C, \quad \int e^x \cos x dx = \frac{1}{2} e^x (\cos x + \sin x) + C$$

Beide Integrale in der oberen Zeile enthalten eine Integrationskonstante. Fasst man sie zusammen, so dass auf der rechten Seite kein Integral steht, muss auf der rechten Seite eine Konstante C notiert werden. Da C eine beliebige reelle Zahl ist, kann auch nach Division durch 2 wieder C geschrieben werden.