Aufgabe 13.15

Ermitteln Sie durch partielle Integration:

a) $\int x\sin x\,\mathrm{d}x$, b) $\int x^2\cos x\,\mathrm{d}x$, c) $\int \arctan x\,\mathrm{d}x$!

Lösung:

a) $$\int x\sin x\,\mathrm{d}x = -x\cos x + \int \cos x\,\mathrm{d}x = \sin x - x\cos x + C$$

b) $$\int x^2\cos x\,\mathrm{d}x = x^2\sin x - 2\int x\sin x\,\mathrm{d}x = x^2\sin x - 2\sin x + 2x\cos x + C$$

c) $$\begin{aligned}\int \arctan x\,\mathrm{d}x &= x\arctan x - \int \frac{x}{1+x^2}\,\mathrm{d}x = x\arctan x - \frac{1}{2}\int \frac{\mathrm{d}(1+x^2)}{1+x^2} \\ &= x\arctan x - \frac{1}{2}\ln(1+x^2) + C\end{aligned}$$