

Aufgabe 12.182

Ein 30 Jahre alter Baum ist 11,52 m hoch und wächst in diesem Alter mit einer Geschwindigkeit von 48 cm/a (a: Jahr). Die Wachstumsgeschwindigkeit wächst ihrerseits um 1,2 cm/a².

- Bestimmen Sie mithilfe der Taylorschen Formel näherungsweise die Höhe, die der Baum in einem Alter von 35 Jahren erreicht haben wird!
- Auch die Änderung der Wachstumsgeschwindigkeit ist nicht konstant. Es wird aber angenommen, dass sie sich in der betrachteten Zeit um nicht mehr als 0,3 cm/a³ ändert. Schätzen Sie unter dieser Annahme den Fehler des Ergebnisses von a) ab!

Lösung:

- a) Wird die Höhe h in cm und die Zeit t in a angegeben, so gilt

$$h(30) = 1152, \quad h'(30) = 48, \quad h''(30) = 1.2,$$

$$\text{also } h(35) \approx h(30) + h'(30)(35 - 30) + \frac{h''(30)}{2}(35 - 30)^2 = 1152 + 48 \cdot 5 + 0.6 \cdot 25 = 1407,$$

der Baum wird also im Alter von 35 Jahren eine Höhe von ca. 14,07 m erreicht haben.

b) $R_2(35) = \frac{h'''(\tau)}{6}(35 - 30)^3$, $30 < \tau < 35$, also $|R_2(35)| \leq \frac{0.3}{6} 125 = 6.25$,

der Fehler ist also nicht größer als ca. 6,25 cm.