Aufgabe 12.145

In einem Betrieb werdem m Mengeneinheiten einer Ware pro Jahr gleichmäßig verbraucht. Dafür werden regelmäßig x Einheiten dieser Ware bestellt, die vor der nächsten Bestellung vollständig verbraucht werden. Für jede Bestellung entstehen Kosten in Höhe von B. Der Wert einer Mengeneinheit der Ware beträgt w, der Wert des durch eingelagerte Ware gebundenen Kapitals wird mit i p.a. verzinst.

a) Ermitteln Sie die Bestellmenge, bei der die Gesamtkosten für Bestellung und Lagerung minimiert werden!

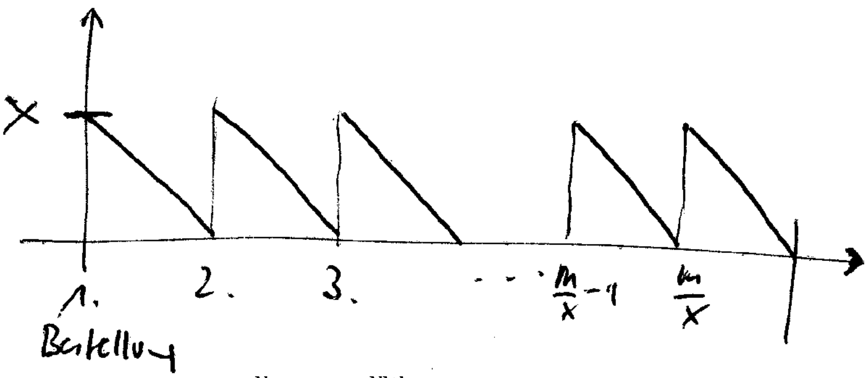
b) Sei $m = 2800$, $B = 50$ €, $w = 100$ €, $i = 7$ %. Wie hoch ist die optimale Bestellmenge, welche Gesamtkosten entstehen dabei für Bestellung und Lagerung?

(nach Ohse, D.: Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler I. Analysis. Vahlen, München. 6. Aufl. 2004, Aufgabe 6.8, S. 265f.)

Lösung:

a) Zahl der Bestellungen $\frac{m}{x}$, Bestellkosten $\frac{mB}{x}$

Lagerbestand:



durchschnittlicher Lagerbestand $\frac{x}{2}$, Wert $\frac{xw}{2}$

Der Lagerbestand fällt jeweils linear von x auf 0, deshalb kann bei der Kostenermittlung mit dem Mittelwert gerechnet werden (Kosten für Bestände über und unter $x/2$ gleichen sich aus.)

$\Longrightarrow$ Lagerungskosten $\frac{xw}{2}i$

$$K(x) = \frac{wi}{2}x + \frac{mB}{x}$$

$$K'(x) = \frac{wi}{2} - \frac{mB}{x^2} = 0, \quad \frac{x^2}{mB} = \frac{2}{wi}, \quad x = \sqrt{\frac{2mB}{wi}}$$ (nur $x > 0$ sinnvoll) extremwertverdächtig

$K''(x) = \frac{2mB}{x^3} > 0$ für $x = \sqrt{\frac{2mB}{wi}}$, also Minimum (könnte auch durch Monotoniebetrachtungen gezeigt werden)

$\Longrightarrow$ optimale Bestellmenge $\sqrt{\frac{2mB}{wi}}$

b) $$x = \sqrt{\frac{2 \cdot 2800 \cdot 50€}{100€ \cdot 0.07}} = \sqrt{\frac{100 \cdot 2800}{7}} = \sqrt{100 \cdot 400} = \underline{\underline{200}}$$

$$K(x) = \frac{100€ \cdot 0,.07}{2}200 + \frac{2800 \cdot 50€}{200} = \frac{7}{2} \cdot 200€ + 14 \cdot 50€ = 700€ + 700€ = \underline{\underline{1400€}}$$