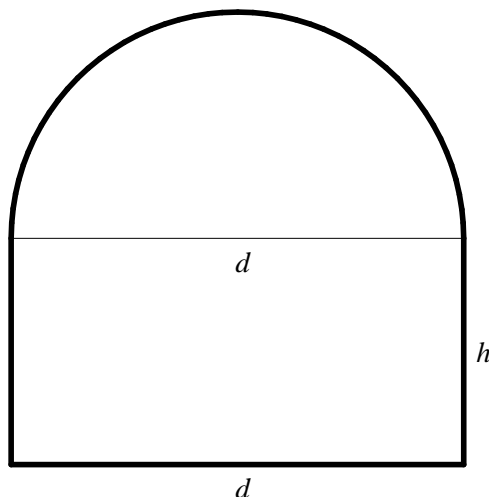


Aufgabe 12.140

Der Querschnitt eines Tunnels habe die Form eines Rechtecks mit Grundseite d und Höhe h , auf das ein Halbkreis mit Durchmesser d aufgesetzt ist. Der Umfang des Querschnitts beträgt 20 m. Bestimmen Sie die Grundseitenlänge d , für die der Flächeninhalt des Querschnitts am größten wird!

Lösung:



$$\text{Umfang } U = d + 2h + \frac{\pi}{2}d = 20, \quad 2h = 20 - \left(1 + \frac{\pi}{2}\right)d, \quad h = 10 - \frac{2 + \pi}{4}d$$

$$\text{Fläche } F = dh + \frac{\pi}{8}d^2 = d \left(10 - \frac{2 + \pi}{4}d\right) + \frac{\pi}{8}d^2 = 10d - \frac{4 + 2\pi - \pi}{8}d^2 = 10d - \frac{4 + \pi}{8}d^2 \rightarrow \text{min}$$

$$F'(d) = 10 - \frac{4 + \pi}{4}d = 0, \quad d = \frac{40}{\pi + 4} \approx 5,6 \text{ [m]}, \quad F''(d) = -\frac{4 + \pi}{4} < 0, \text{ also Maximum}$$

Somit wird für die Grundseitenlänge 5,6 m der maximale Tunnelquerschnitt erreicht.