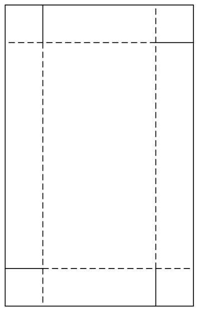
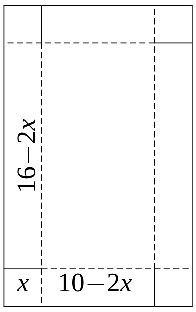
Aufgabe 12.139

Aus einem rechteckigen Blatt Karton im Format 10 cm $\times$ 16 cm soll durch Einschneiden an den durchgezogenen Linien und Falzen an den gestrichelten Linien eine quaderförmige Schachtel gebastelt werden. Wie tief müssen die Einschnitte sein, damit das Volumen der Schachtel maximal wird?



Lösung:



$$V(x) = (10-2x)(16-2x)x = 4x^3-52x^2+160x \longrightarrow \max$$

$$V'(x)=12x^2-104x+160=0 \iff x^2-\frac{26}{3}x+\frac{40}{3}=0$$

$$\iff x_{1/2}=\frac{13}{3}\pm\sqrt{\frac{169}{9}-\frac{120}{9}}=\frac{13}{3}\pm\frac{7}{3}=\begin{cases}20/3\\2\end{cases}$$

Offensichtlich muss $0<x<5$ sein, für $x=0$ und $x=5$ wäre das Volumen jeweils gleich 0. Deshalb kommt nur $x=2$ infrage. Für dieses x gilt $V''(x)=24x-104=-56<0$, so dass dort das gesuchte Maximum vorliegt.

Also müssen die Einschnitte 2 cm tief sein, das Volumen der Schachtel beträgt dann 144 cm^3.