

Aufgabe 12.104

Der Radius einer Kugel wird mit einer Genauigkeit von 1 % bestimmt. Schätzen Sie mit Mitteln der Differenzialrechnung den relativen Fehler bei der Berechnung des Kugelvolumens ab!

Lösung:

$$V(r) = \frac{4}{3}\pi r^3, \quad \varepsilon_V(r) = V'(r) \frac{r}{V(r)} = 4\pi r^2 \frac{r}{\frac{4}{3}\pi r^3} = 3, \quad \varepsilon_V(r) \approx \frac{\Delta V/V}{\Delta r/r}$$

Folglich gilt $\frac{\Delta V}{V} \approx 3 \frac{\Delta r}{r} = 3 \cdot 1\% = 3\%$, so dass der relative Fehler bei der Berechnung des Kugelvolumens ca. 3 % beträgt.