Aufgabe 12.99

Ein Verkehrsverbund befördert bei einem Preis von 1.60 € pro Fahrt 90 Millionen Fahrgäste pro Jahr. Die Elastizität der Nachfrage bezüglich des Preises betrage -0.2.

a) Welche relative Entwicklung der Nachfrage ist ungefähr zu erwarten, wenn der Preis von 1.60 € auf 1.70 € steigt?
b) Wieviele Fahrgäste sind nach dieser Preiserhöhung pro Jahr ungefähr zu erwarten?
c) Wie groß war der jährliche Erlös (Umsatz) vor der Preiserhöhung?
d) Errechnen Sie aus der gegebenen Nachfrageelastizität die Elastizität des Erlöses bezüglich des Preises! Welche relative Entwicklung des Erlöses ist durch die angebene Preiserhöhung ungefähr zu erwarten? Geben Sie den ungefähr zu erwartenden Erlös nach der Preiserhöhung an!
e) Bestimmen Sie die Nachfragefunktion $N(p)$ unter der Annahme, dass es sich um eine lineare Funktion handelt, d.h. $N(p) = ap + b$ gilt!
f) Ermitteln Sie mit Hilfe der in e) bestimmten Funktion die Nachfrage und den Erlös bei einem Preis von 1.70 € pro Fahrt! Vergleichen Sie die Ergebnisse mit denen von b) und d)! Kommentieren Sie das Resultat!

Lösung:

a) Preiserhöhung um $\dfrac{\Delta p}{p} = \dfrac{0.10}{1.60} = 6.25\,\%$,

$\dfrac{\Delta N}{N} = \varepsilon_N(p)\,\dfrac{\Delta p}{p} = -0.2 \cdot 6.25\,\% = -1.25\,\%$, d.h. die Nachfrage fällt um 1.25 %.

b) $90\,000\,000 \cdot (1 - 0.0125) = 88\,875\,000$, d.h. die jährliche Fahrgastzahl sinkt auf ca. 88 875 000.

c) $U(1.6) = N(1.6) \cdot 1.6 = 90\,000\,000 \cdot 1.60 = 144\,000\,000$, d.h. der jährliche Erlös betrug 144 000 000 €.

d) $U(p) = N(p)\,p$, $U'(p) = N'(p)\,p + N(p)$,

$$\varepsilon_U(p) = \frac{U'(p)}{U(p)}\,p = \frac{N'(p)\,p + N(p)}{N(p)\,p}\,p = \frac{N'(p)\,p + N(p)}{N(p)} = \frac{N'(p)}{N(p)}\,p + 1 = \varepsilon_N(p) + 1,$$

also beträgt die Nachfragelastizität $-0.2 + 1 = 0.8$.

Durch die angegebene Preiserhöhung ist eine Umsatzerhöhung um ca. $0.8 \cdot 6.25\% = 5\,\%$ zu erwarten, der Umsatz würde dann ca. $144\,000\,000\,€ \cdot 1.05 = 151\,200\,000\,€$ betragen.

e) $N(p) = ap + b$, $\varepsilon_N(p) = \dfrac{N'(p)}{N(p)}\,p = \dfrac{a}{ap+b}\,p = \dfrac{ap}{ap+b}$,

$\varepsilon_N(1.6) = \dfrac{1.6\,a}{90\,000\,000} = -0.2$, $a = -0.2\,\dfrac{90\,000\,000}{1.6} = -11\,250\,000$,

$N(1.6) = 1.6\,a + b = -1.6 \cdot 11\,250\,000 + b = 90\,000\,000$,

$b = 90\,000\,000 + 1.6 \cdot 11\,250\,000 = 108\,000\,000$,

$\underline{\underline{N(p) = 108\,000\,000 - 11\,250\,000\;p}}$

f) Für die Funktion $N(p)$ aus e) errechnet man $N(1.7) = 88\,875\,000$ jährliche Fahrgäste und damit einen jährlichen Umsatz von $U(1.7) = N(1.7) \cdot 1.7 = 151\,087\,000$ €.

Die angegebene Nachfrage stimmmt mit der aus b) überein, während der Umsatz näherungsweise dem aus d) entspricht. Da $N(p) = ap + b$ eine lineare Funktion ist, wird die Nachfrageentwicklung mit der Elastizität exakt bestimmt, während die Entwicklung der quadratischen Umsatzfunktion $U(p) = ap^2 + bp$ mit der Elastizität nur näherungsweise bestimmt wird.