

Aufgabe 12.86

Untersuchen Sie in Abhängigkeit vom Parameter a das Verhalten der Funktion $f(x) = (a-2x) \cot 3x$ für $x \rightarrow \pi$!

Lösung:

Verhalten der Faktoren für $x \rightarrow \pi$:

$$\lim_{x \rightarrow \pi} (a-2x) = a-2\pi \begin{cases} < 0 & a < 2\pi \\ = 0 & a = 2\pi \\ > 0 & a > 2\pi \end{cases}$$

$$\cot 3x = \frac{\cos 3x}{\sin 3x}, \quad \cos 3\pi = -1, \quad \text{in Umgebung von } \pi : \begin{cases} > 0 & x < \pi \\ = 0 & x = \pi \\ < 0 & x > \pi \end{cases}$$

$$\text{also } \lim_{x \rightarrow \pi \pm 0} \cot 3x = \pm \infty$$

$$3 \text{ Fälle: } \underline{a < 2\pi} : \lim_{x \rightarrow \pi \pm 0} (a-2x) \cot 3x = \mp \infty$$

$$\underline{a > 2\pi} : \lim_{x \rightarrow \pi \pm 0} (a-2x) \cot 3x = \pm \infty$$

$$\underline{a = 2\pi} : 0 \cdot \infty : \lim_{x \rightarrow \pi} (a-2x) \cot 3x = \lim_{x \rightarrow \pi} \underbrace{\frac{a-2x}{\tan 3x}}_{\frac{0}{0}} = \lim_{x \rightarrow \pi} \underbrace{\frac{-2}{\frac{3}{\cos^2 3x}}}_{\text{l'Hospital}} = \underline{\underline{-\frac{2}{3}}}$$