## Aufgabe 12.85

$\alpha$ und $\beta$ seien beliebige reelle Parameter. Berechnen Sie den Grenzwert

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^{2\alpha x} - e^{3\beta x}}{\sin 4\alpha x - \sin 6\beta x} \ !$$

## Lösung:

Es handelt sich um einen Grenzwert der Form $\frac{0}{0}$. Nach der l'Hospitalschen Regel gilt

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^{2\alpha x} - e^{3\beta x}}{\sin 4\alpha x - \sin 6\beta x} = \lim_{x\to 0} \frac{2\alpha e^{2\alpha x} - 3\beta e^{3\beta x}}{4\alpha \cos 4\alpha x - 6\beta \cos 6\beta x} = \frac{2\alpha - 3\beta}{4\alpha - 6\beta} = \frac{1}{2}$$

Im Sonderfall $2\alpha = 3\beta$, d.h. $\beta = \frac{2}{3}\alpha$, hat der Ausdruck jedoch für alle $x$ die Form $\frac{0}{0}$, so dass er nirgends existiert. Damit existiert in diesem Fall auch kein Grenzwert.