

Aufgabe 12.74

Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte mit Hilfe der l'Hospitalschen Regel:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x^2}$, b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x}$, c) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1}$, d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{2x}}{x^2 - x}$!

Lösung:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 0} \underbrace{\frac{1 - \cos 2x}{x^2}}_{0/0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin 2x}{2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \underbrace{\frac{\sin 2x}{x}}_{0/0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \cos 2x}{1} = 2$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow \infty} \underbrace{\frac{\ln x}{x}}_{\infty/\infty} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{x}}{1} = 0$$

$$\text{c) } \lim_{x \rightarrow 1} \underbrace{\frac{x^2 + x - 2}{x - 1}}_{0/0} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x + 1}{1} = 3$$

$$\text{d) } \lim_{x \rightarrow \infty} \underbrace{\frac{e^{2x}}{x^2 - x}}_{\infty/\infty} = \lim_{x \rightarrow \infty} \underbrace{\frac{2e^{2x}}{2x - 1}}_{\infty/\infty} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4e^{2x}}{2} = 2 \lim_{x \rightarrow \infty} e^{2x} = \infty$$