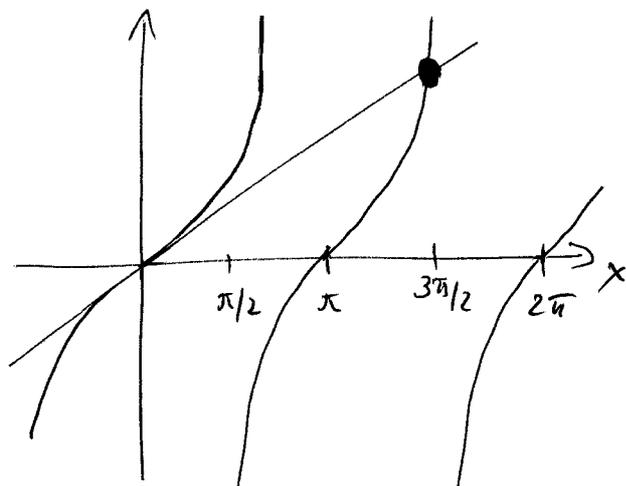


Aufgabe 12.63

Ermitteln Sie eine Näherung für die kleinste positive Lösung der Gleichung $\tan x = x$, indem Sie auf die Gleichung $\sin x - x \cos x = 0$ das Newtonverfahren anwenden!

Hinweis: Fertigen Sie zur Bestimmung eines geeigneten Startwertes eine Skizze an!

Lösung:



Offensichtlich ist $\pi < x^* < \frac{3\pi}{2}$.

Für $\sin x - x \cos x = 0$ ist z.B. $x_0 = \frac{3\pi}{2}$ ein geeigneter Startwert.

$$f(x) = \sin x - x \cos x, \quad f'(x) = \cos x - \cos x + x \sin x = x \sin x$$

$$\text{Newtoniteration: } x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} = x_n - \frac{\sin x_n - x_n \cos x_n}{x_n \sin x_n}$$

$$x_0 = \frac{3\pi}{2} \approx 4,71238898, \quad x_1 = \frac{3\pi}{2} - \frac{-1}{-\frac{3\pi}{2}} = \frac{3\pi}{2} - \frac{2}{3\pi} \approx 4,50018239$$

n	x_n
0	4,71238898
1	4,50018239
2	4,49341954
3	4,49340946
4	4,49340946

$$\underline{\underline{x^* \approx 4,49340946}}$$