

Aufgabe 12.53

§ 32a Absatz 1 des [Einkommensteuergesetzes](#) bestimmt den Einkommensteuertarif wie folgt:
Die tarifliche Einkommensteuer bemisst sich nach dem zu versteuernden Einkommen. Sie beträgt vorbehaltlich der §§32b, 32d, 34, 34a, 34b und 34c jeweils in Euro für zu versteuernde Einkommen

1. bis 7.664 Euro (Grundfreibetrag): 0;
2. von 7.665 Euro bis 12.739 Euro: $(883,74 * y + 1.500) * y$;
3. von 12.740 Euro bis 52.151 Euro: $(228,74 * z + 2.397) * z + 989$;
4. von 52.152 Euro bis 250.000 Euro: $0,42 * x - 7.914$;
5. von 250.001 Euro an: $0,45 * x - 15.414$.

„y“ ist ein Zehntausendstel des 7.664 Euro übersteigenden Teils des auf einen vollen Euro-Betrag abgerundeten zu versteuernden Einkommens. „z“ ist ein Zehntausendstel des 12.739 Euro übersteigenden Teils des auf einen vollen Euro-Betrag abgerundeten zu versteuernden Einkommens. „x“ ist das auf einen vollen Euro-Betrag abgerundete zu versteuernde Einkommen. Der sich ergebende Steuerbetrag ist auf den nächsten vollen Euro-Betrag abzurunden.

Sei t das ungerundete zu versteuernde Einkommen (in Folgendem Einkommen) und $S(t)$ die tarifliche Einkommensteuer dafür jeweils in Euro.

- a) Wie hoch muss das Einkommen mindestens sein, damit wenigstens 1 € Einkommensteuer entsteht?
- b) Berechnen Sie $\lim_{t \rightarrow 12740-} S(t)$ und $\lim_{t \rightarrow 12740+} S(t)$!
- c) Stellen Sie die Funktion $S(t)$ in den oben mit 4. und 5. bezeichneten Bereichen mithilfe der Gaußklammer dar!
- d) Untersuchen Sie $S(t)$ an den Stellen $t = 250000$ und $t = 250001$ auf Stetigkeit!

Um differenzieren zu können, soll im Weiteren von den Rundungsvorschriften abgesehen werden.

- e) Ermitteln Sie den Grenzsteuersatz in Abhängigkeit vom Einkommen und stellen Sie diesen grafisch dar!
- f) Ermitteln Sie für ein Einkommen von 10000 € die zu entrichtende Steuer, ihren prozentualen Anteil am Einkommen, den Grenzsteuersatz sowie die Steuerverminderung, die durch zusätzliche Werbungskosten von 100 € erreicht wird!
- g) Für welche Einkommen kann durch zusätzliche Werbungskosten von 100 € die tarifliche Einkommensteuer um ca. 15 €, ca. 30 €, ca 42 € bzw. ca. 45 € vermindert werden?

(Stand des zitierten Gesetzes vor der Änderung des Einkommensteuertarifs durch das Gesetz zur Sicherung von Beschäftigung und Stabilität in Deutschland vom 2. März 2009 (BGBl. I S. 416). Der zitierte Einkommensteuertarif galt so für die Veranlagungsjahre 2007 und 2008.)

Lösung:

a) $883.74y^2 + 1500y \geq 1, \quad y^2 + \frac{1500}{883.74}y - \frac{1}{883.74} \geq 0$

$$y_{1/2} = -\frac{750}{883.74} \pm \sqrt{\left(\frac{750}{883.74}\right)^2 + \frac{1}{883.74}} \approx \begin{cases} -1.6979982 \\ 0.0006664 \end{cases}$$

Da negative y nicht in Frage kommen, muss $y \gtrsim 0.0006664$ und damit $x \gtrsim 10000 \cdot 0.0006664 + 76664 = 7670.664$, wegen seiner Ganzzahligkeit also mindestens 7671 sein.

Damit überhaupt Einkommensteuer zu zahlen ist, muss das Einkommen mindestens 7671 € betragen.

- b) Da das Einkommen auf volle Euro-Beträge abzurunden ist, gilt $\lim_{t \rightarrow 12740^-} S(t) = S(12739)$ und $\lim_{t \rightarrow 12740^+} S(t) = S(12740)$.

$$x = 12739: y = 0.5075, S = \lfloor 988.86 \rfloor = 988, \quad x = 12740: z = 0.0001, S = \lfloor 989.24 \rfloor = 989$$

Also ist für $t = 12740$ der linksseitige Grenzwert von $S(t)$ gleich 988 und der rechtsseitige Grenzwert 989.

- c) In den betrachteten Bereichen gilt $S(t) = \begin{cases} \lfloor 0.42 \lfloor t \rfloor - 7914 \rfloor, & 52152 \leq t < 250001 \\ \lfloor 0.45 \lfloor t \rfloor - 15414 \rfloor, & 250001 \leq t \end{cases}$.

$$\text{d) } \lim_{t \rightarrow 250000^-} S(t) = S(249999) = \lfloor 97085.58 \rfloor = 97085,$$

$$\lim_{t \rightarrow 250000^+} S(t) = S(250000) = \lfloor 97086.00 \rfloor = 97086,$$

also ist $S(t)$ an der Stelle $t = 250000$ unstetig.

$$\lim_{t \rightarrow 250001^-} S(t) = S(250000) = \lfloor 97086.00 \rfloor = 97086,$$

$$\lim_{t \rightarrow 250001^+} S(t) = S(250001) = \lfloor 97086.45 \rfloor = 97086.$$

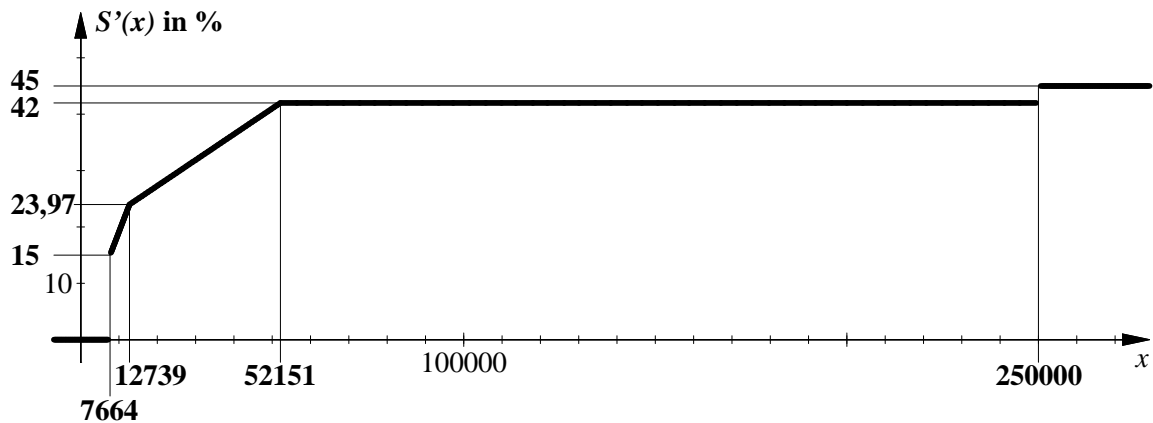
Da der linksseitige und der rechtsseitige Grenzwert gleich und gleich dem Funktionswert an dieser Stelle sind, ist die Funktion $S(t)$ an der Stelle $t = 250001$ stetig.

Wie in der Aufgabenstellung angegeben, wird im Folgenden von den Rundungsvorschriften abgesehen.

- e) Ist $S(x)$ die auf das Einkommen x zu entrichtende Steuer, so ist $\frac{S(x)}{x}$ der Durchschnittssteuersatz und $S'(x)$ der Grenzsteuersatz (d.h. die auf den letzten eingenommenen Euro zu entrichtende Steuer).

$$S(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 7664 \\ (883.74 \cdot y + 1500) \cdot y, & y = \frac{x-7664}{10000}, \quad 7665 \leq x \leq 12739 \\ (228.74 \cdot z + 2397) \cdot z + 989, & z = \frac{x-12739}{10000}, \quad 12740 \leq x \leq 52151 \\ 0.42 \cdot x - 7914, & 52152 \leq x \leq 250000 \\ 0.45 \cdot x - 15414, & 250001 \leq x \end{cases}$$

$$S'(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 7664 \\ \frac{1767.48 \cdot y + 1500}{10000} = \frac{1767.48 \cdot \frac{x-7664}{10000} + 1500}{10000}, & 7665 \leq x \leq 12739 \\ \frac{457.48 \cdot z + 2397}{10000} = \frac{457.48 \cdot \frac{x-12739}{10000} + 2397}{10000}, & 12740 \leq x \leq 52151 \\ 0.42, & 52152 \leq x \leq 250000 \\ 0.45, & 250001 \leq x \end{cases}$$



Also beträgt der Eingangssteuersatz 15 % und der Spitzensteuersatz 45 %.

f) $x = 10000$, $y = 0.2336$, zu entrichtende Steuer: $S(10000) = 398.62$,

Anteil am Einkommen (Durchschnittssteuersatz): $\frac{S(10000)}{10000} = 3.99\%$,

Grenzsteuersatz: $S'(10000) = 19.13\%$

Eine Verminderung des zu versteuernden Einkommens um 100 € führt folglich zu einer Verminderung der tariflichen Einkommensteuer um ca. $0.1913 \cdot 100\text{€} = 19.13\text{€}$. Tatsächlich ist $S(9900) = 379.58$, so dass die Steuerverminderung exakt 19.04 € beträgt.

Die Rundungsregeln des § 32a Abs. 1 EStG sind dabei nicht berücksichtigt.

g) Es muss ermittelt werden, für welche Einkommen die Grenzsteuersätze 15, 30, 42 bzw. 45 % betragen.

15 % ist gerade der Eingangssteuersatz. Wegen des Sprungs des Grenzsteuersatzes an dieser Stelle muss das Einkommen 100 € über dem Grundfreibetrag liegen, da eine Verminderung um 100 € sonst unter den Grundfreibetrag führt. (Nur wer mindestens 15 € Steuern zahlt, kann diese einsparen.) Die Einsparung von 15 € wird also bei einem Einkommen in Höhe von 7764 € erzielt. Tatsächlich gilt $S(7764) - S(7664) = 15.09 - 0 = 15.09$.

Wie die Abbildung bei b) zeigt, wird ein Grenzsteuersatz von 30 % in dem im Einkommensteuergesetz mit 3. bezeichneten Bereich erreicht, also muss gelten

$$\frac{457.48 \cdot z + 2397}{10000} = 0.3, \quad z = \frac{3000 - 2397}{457.48} = 1.31809, \quad x = 10000z + 12739 = 25919.90.$$

Eine Steuerverminderung um 30 € wird also bei einem Einkommen von ca. 25920 € erreicht. Tatsächlich gilt $S(25920) - S(25820) = 4545.90 - 4515.92 = 29.98$.

Der Grenzsteuersatz von 42 % gilt für alle Einkommen von 52 152 bis 250 000 €, so dass für diese durch zusätzliche Werbungskosten von 100 € eine Steuerverminderung von 42 € erzielt wird. Exakt gilt das für Einkommen von 52 252 bis 250 000 €, denn dann liegen sowohl das ungeminderte als auch das geminderte Einkommen im im Einkommensteuergesetz mit 4. bezeichneten Bereich und es ist $S(x) - S(x-100) = (0.42x - 7914) - (0.42(x-100) - 7914) = 0.42 \cdot 100 = 42$.

Der Grenzsteuersatz von 45 % gilt für alle Einkommen von 250 000 € an, so dass für diese durch zusätzliche Werbungskosten von 100 € eine Steuerverminderung von 45 € erzielt wird. Exakt gilt das für Einkommen ab 250 100 €, denn dann liegen sowohl das ungeminderte als auch das geminderte Einkommen im im Einkommensteuergesetz mit 4. bezeichneten Bereich und es ist $S(x) - S(x-100) = (0.45x - 15414) - (0.45(x-100) - 15414) = 0.45 \cdot 100 = 45$.