

Aufgabe 12.46

Berechnen Sie die Ableitung der Funktion $f(x) = \left(\frac{x^2+1}{x^2+3}\right)^{\sin 2x}$ durch logarithmische Differenziation!

Lösung:

$$\ln f(x) = \sin 2x \ln \frac{x^2+1}{x^2+3}$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \ln f(x) &= \frac{f'(x)}{f(x)} = 2 \cos 2x \ln \frac{x^2+1}{x^2+3} + \sin 2x \frac{x^2+3}{x^2+1} \frac{2x(x^2+3) - 2x(x^2+1)}{(x^2+3)^2} \\ &= 2 \cos 2x \ln \frac{x^2+1}{x^2+3} + \sin 2x \frac{4x}{(x^2+1)(x^2+3)} \end{aligned}$$

$$f'(x) = \left(\frac{x^2+1}{x^2+3}\right)^{\sin 2x} \left(2 \cos 2x \ln \frac{x^2+1}{x^2+3} + \sin 2x \frac{4x}{(x^2+1)(x^2+3)}\right)$$