Aufgabe 12.35

Berechnen Sie die ersten Ableitungen folgender Funktionen:

a) $f(x)=(4x+3\cos^2 x)^5$, b) $f(x)=6^x x^6 \sin x$, c) $f(x)=\ln\sqrt{e^x+x^4}$, d) $f(x)=\sqrt{\dfrac{2x-3}{4x^2+5}}$!

Lösung:

a) $f'(x)=5\,(4x+3\cos^2 x)^4\,(4+6\cos x\,(-\sin x))=5\,(4x+3\cos^2 x)^4\,(4-6\sin x\cos x)$

b) $f'(x)=(6^x x^6)'\sin x+6^x x^6\,(\sin x)'=6^x\ln 6\,x^6\sin x+6^x 6x^5\sin x+6^x x^6\cos x$
$=6^x x^5\left((6+x\ln 6)\sin x+x\cos x\right)$

c) $f'(x)=\dfrac{1}{\sqrt{e^x+x^4}}\,\dfrac{1}{2}\,\dfrac{1}{\sqrt{e^x+x^4}}\,(e^x+4x^3)=\dfrac{e^x+4x^3}{2\,(e^x+x^4)}$

d) $f'(x)=\dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{4x^2+5}{2x-3}}\,\dfrac{2\,(4x^2+5)-(2x-3)\,8x}{(4x^2+5)^2}=\dfrac{-8x^2+24x+10}{2\sqrt{2x-3}\,(4x^2+5)^{\frac{3}{2}}}=\dfrac{-4x^2+12x+5}{\sqrt{2x-3}\,\sqrt{4x^2+5}\,(4x^2+5)}$