Aufgabe 12.26

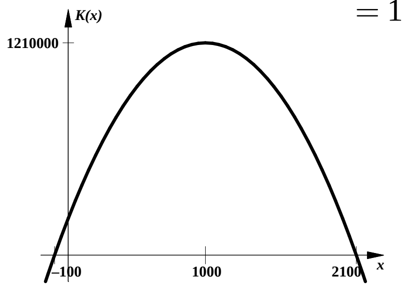
Für die Produktion von $x \leq 1000$ Einheiten einer Ware laute die (Gesamt-)Kostenfunktion $K(x) = -x^2 + 2000x + 210000$.

a) Skizzieren Sie $K(x)$ grob!
b) Wieso ist die Verwendung der Funktion $K(x)$ für $x > 1000$ als Gesamtkostenfunktion nicht sinnvoll?
c) Ermitteln Sie die Durchschnitts- und die Grenzkostenfunktion!
d) Bestimmen Sie für $x = 800$ die Gesamt-, Durchschnitts- und Grenzkosten sowie die tatsächlichen Mehrkosten für die Produktion einer zusätzlichen (d.h. der 801.) Einheit!

Lösung:

a) $K(x) = -(x^2 - 2000x - 210\,000) = -\big((x-1000)^2 - 1\,000\,000 - 210\,000\big)$
$= -(x-1000)^2 + 1\,210\,000$

$x^2 - 2000x - 210\,000 = 0: \quad x_{1/2} = 1000 \pm \sqrt{1\,000\,000 + 210\,000}$
$= 1000 \pm \sqrt{1\,210\,000} = 1000 \pm 1100 = -100;\ 2100$



b) Für $x > 1000$ ist die Funktion $K(x)$ streng monoton fallend. Für die Kostenfunktion würde das bedeuten, dass die Gesamtkosten mit wachsender Stückzahl fallen.

c) Durchschnittskostenfunktion: $\dfrac{K(x)}{x} = -x + 2000 + \dfrac{210\,000}{x}$
Grenzkostenfunktion: $K'(x) = -2x + 2000$

d) Gesamtkosten $K(800) = 1\,170\,000$, Durchschnittskosten $\dfrac{K(800)}{800} = 1462.50$,
Grenzkosten $K'(800) = 400$,
$K(801) = 1\,170\,399$, tatsächliche Kosten für 801. Einheit: $K(801) - K(800) = 399$