

Aufgabe 12.16

Sei t das ungerundete im Veranlagungszeitraum 2010 erzielte zu versteuernde Einkommen eines Steuerpflichtigen.

- Stellen Sie die tarifliche Einkommensteuer dafür (s. Aufgabe 12.52) unter Verwendung der Gaußklammer und ohne die Nutzung weiterer Variablen formelmäßig als Funktion $S(t)$ dar!
- Obwohl in der Realität für t nur Vielfache von $1/100$ in Frage kommen, sollen beliebige reelle t zugelassen werden. Untersuchen Sie unter dieser Voraussetzung die Funktion $S(t)$ aus a) an den Stellen $t = 13470$ und $t = 13471$ auf Stetigkeit!

Lösung:

$$a) S(t) = \begin{cases} 0, & t < 8005 \\ \left\lfloor 912,17 \left(\frac{|t|-8004}{10000} \right)^2 + 1400 \frac{|t|-8004}{10000} \right\rfloor, & 8005 \leq t < 13470 \\ \left\lfloor 228,74 \left(\frac{|t|-13469}{10000} \right)^2 + 2397 \frac{|t|-13469}{10000} + 1038 \right\rfloor, & 13470 \leq t < 52882 \\ \left\lfloor 0,42 \lfloor t \rfloor - 8172 \right\rfloor, & 52882 \leq t < 250731 \\ \left\lfloor 0,45 \lfloor t \rfloor - 15694 \right\rfloor, & 250731 \leq t \end{cases}$$

- b) Ist x eine ganze Zahl, so gilt $\lfloor t \rfloor = x$ für $x \leq t < x+1$. Folglich ist dann $\lim_{t \rightarrow x-0} \lfloor t \rfloor = x-1$ und $\lim_{t \rightarrow x+0} \lfloor t \rfloor = x$ und damit auch $\lim_{t \rightarrow x-0} S(t) = S(x-1)$ und $\lim_{t \rightarrow x+0} S(t) = S(x)$.

$$\lim_{t \rightarrow 13470-0} S(t) = S(13469) = \left\lfloor 912,17 \left(\frac{13469-8004}{10000} \right)^2 + 1400 \frac{13469-8004}{10000} \right\rfloor = \lfloor 1037,53 \rfloor = 1037$$

$$\lim_{t \rightarrow 13470+0} S(t) = S(13470) = \left\lfloor 228,74 \left(\frac{13470-13469}{10000} \right)^2 + 2397 \frac{13470-13469}{10000} + 1038 \right\rfloor = \lfloor 1038,23 \rfloor = 1038$$

$$\lim_{t \rightarrow 13471-0} S(t) = S(13470) = 1038$$

$$\lim_{t \rightarrow 13471+0} S(t) = S(13471) = \left\lfloor 228,74 \left(\frac{13471-13469}{10000} \right)^2 + 2397 \frac{13471-13469}{10000} + 1038 \right\rfloor = \lfloor 1038,47 \rfloor = 1038$$

Wegen $\lim_{t \rightarrow 13470-0} S(t) \neq S(13470) = \lim_{t \rightarrow 13470+0} S(t)$ ist die Funktion $S(t)$ an der Stelle $t = 13470$ also unstetig (nur rechtsseitig stetig),

wegen $\lim_{t \rightarrow 13471-0} S(t) = S(13471) = \lim_{t \rightarrow 13471+0} S(t)$ aber an der Stelle $t = 13471$ stetig.