

Aufgabe 12.15

Ein Unternehmen setzt ein Produkt zum Preis von p pro Stück ab und erzielt damit einen Umsatz (Erlös) von $U(p) = \frac{P}{ap+b}$ ($a, b > 0$). Der Preis kann auch negativ sein (sinnvoll z.B., wenn das Produkt sonst noch kostenaufwändiger entsorgt werden müsste), die abgesetzte Stückzahl $A(p)$ darf aber nicht negativ werden.

- Ermitteln Sie aus den obigen Angaben die Funktion $A(p)$! Wo ist diese definiert?
- Es sei zusätzlich gegeben, dass $A(p)$ stetig ist. Ändert sich durch diese Angabe der Definitionsbereich? Wieviel Stück des Produktes werden abgesetzt, wenn es verschenkt wird (ohne dass vom Schenkenden noch etwas dazugezahlt wird)?
- Wie verhält sich der Absatz für $p \rightarrow \infty$?

Lösung:

a) $A(p) = \frac{U(p)}{p} = \frac{1}{ap+b}$ für $p \in \text{DB}(U)$ mit $p \neq 0$.

Damit $A(p)$ nicht negativ wird, muss $ap+b > 0$, d.h. $p > -b/a$ sein.

Für $p=0$ würde sich eine Division $\frac{0}{0}$ ergeben, so dass $A(p)$ an dieser Stelle nicht definiert ist. Tatsächlich ergibt sich ja beim Preis 0 bei jeder Absatzmenge ein Umsatz 0.

Folglich gilt $\text{DB}(A) = \left(-\frac{b}{a}, 0\right) \cup \left(0, \infty\right)$.

b) $\lim_{p \rightarrow 0} A(p) = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{1}{ap+b} = \frac{1}{b}$. Da $A(p)$ nun stetig sein soll, folgt $A(0) = \lim_{p \rightarrow 0} A(p) = \frac{1}{b}$. Der Punkt 0 kommt zum Definitionsbereich hinzu, so dass nun $\text{DB}(A) = \left(-\frac{b}{a}, \infty\right)$ gilt.

Wird das Produkt verschenkt, so werden $A(0) = \frac{1}{b}$ Stück abgesetzt.

c) $\lim_{p \rightarrow \infty} \frac{1}{ap+b} = 0$