

Aufgabe 12.3

Berechnen Sie $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - x - 12}{x - 4}$!

Lösung:

Einsetzen von $x = 4$ ergibt $\frac{0}{0}$, der Bruch ist also für $x = 4$ nicht definiert.

Da 4 Nullstelle von $x^2 - x - 12$ ist, muss $x^2 - x - 12$ den Faktor $(x - 4)$ enthalten:

$$x^2 - x - 12 = 0: x_{1/2} = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{48}{4}} = \frac{1}{2} \pm \frac{7}{2} = \begin{cases} 4 \\ -3 \end{cases}, \text{ also } x^2 - x - 12 = (x - 4)(x + 3).$$

Für $x \neq 4$ gilt $\frac{x^2 - x - 12}{x - 4} = \frac{(x - 4)(x + 3)}{x - 4} = x + 3$, $x + 3$ ist stetig, also gilt

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - x - 12}{x - 4} = \lim_{x \rightarrow 4} (x + 3) = \underline{\underline{7}}.$$